LABORATORIJ ZA TEHNOLOŠKE MERITVE

Fakulteta za strojništvo
Smetanova 17, 2000 Maribor, Slovenija

SOP 1

OVREDNOTENJE NEGOTOVOSTI MERITVE

Datum izdaje	25. 01. 2023
Številka izdaje	E - 2
Avtorja	prof. dr. Bojan Ačko
	dr. Jasna Tompa
Odobril	prof. dr. Bojan Ačko

Digitally signed by Bojan Ačko

Evidenca sprememb

Sprememba št.	Spremenjeno	Odstranjeno	Dodano
	Poglavje	Poglavje	Poglavje
1	1		
2	2.2.1		
3	2.2.2		
4	2.2.3		
5	2.2.6		
6	2.2.7		
7	3		

Vsebina

1 UVOD

Ta dokument služi kot vodilo pri ovrednotenju merilne negotovosti v kalibracijskem laboratoriju ter za izračun številske vrednosti negotovosti meritve, izpisane na kalibracijskem certifikatu. Vsak novi kalibracijski postopek mora vsebovati tudi analizo negotovosti meritve s pripadajočimi številskimi vrednostmi. Osnova vodila sta dokumenta JCGM 100:2008 - Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement in EA-4/02 M:2022 - Evaluation of the Uncertainty of Measurement in calibration.

2 NEGOTOVOST MERITVE IN INTERVAL ZAUPANJA

2.1 Definicija negotovosti meritve

Negotovost meritve pomeni dvom v veljavnost merilnega rezultata. Je odraz pomanjkljivega poznavanja natančne vrednosti merilne veličine. Rezultat meritve je po korekciji zaradi vpliva razpoznavnih sistematičnih pogreškov še vedno samo ocena vrednosti merilne veličine in sicer zaradi negotovosti, ki jo povzročajo naključni pogreški in nepopolna korekcija rezultata zaradi sistematičnih pogreškov.

Uradna definicija izraza "negotovost meritve" po [1] je naslednja:

Negotovost meritve je parameter, pridružen merilnemu rezultatu, ki karakterizira raztros vrednosti, ki bi jih lahko smiselno pripisali merjeni veličini.

Omenjeni parameter je lahko npr. standardni odklon (ali njegov mnogokratnik) ali pa polovična širina intervala z določenim nivojem zaupanja.

Negotovost meritve združuje v splošnem veliko komponent. Nekatere od teh komponent lahko ovrednotimo s pomočjo statističnih porazdelitev rezultatov serij meritev - karakterizira jih eksperimentalni standardni odklon (tip A ovrednotenja negotovosti meritve). Ostale komponente, ki jih prav tako karakterizira standardni odklon, pa ovrednotimo s pomočjo predpostavljenih verjetnostnih porazdelitev na osnovi izkušenj ali drugih informacij.

2.2 Izračun negotovosti meritve po GUM

2.2.1 Matematični model meritve

V večini primerov merilne veličine Y ne merimo neposredno, ampak jo izrazimo kot funkcijo N drugih (vhodnih) veličin $X_1, X_2,.., X_N$:

$$Y = f\,(X_1, X_2, \ldots, X_i, \ldots, X_N) \qquad (1)$$

Funkcija f mora vsebovati vse veličine, vključno z vsemi korekcijami in korekcijskimi faktorji, ki lahko prispevajo pomembno komponento negotovosti k merilnemu rezultatu.

Neodvisne vhodne veličine X_1, X_2,.., X_N lahko razvrstimo v dve kategoriji, in sicer [1, 2]:

a.) veličine, katerih ocenjene vrednosti in z njimi povezane negotovosti so neposredno določene pri meritvi. Pridobimo jih lahko, na primer, iz enega samega opazovanja (oz. meritve), ponavljajočih se opazovanj ali na podlagi izkušenj. Vključujejo lahko določene korekcije razbirkov instrumentov in korekcije vplivnih veličin, kot so temperatura okolja, zračni tlak in vlažnost.

b.) veličine, katerih ocenjene vrednosti in z njimi povezane negotovosti se v meritev vključijo iz zunanjih virov (npr. veličine povezane z umerjenimi etaloni, certificiranimi referenčnimi materiali in referenčnimi podatki, pridobljenimi iz priročnikov).

Pravilna določitev matematičnega modela meritve (1) je ključnega pomena za kakovost določitve negotovosti meritve.

2.2.2 Ocenitev vrednosti vhodnih veličin

V drugem koraku moramo določiti ocenjene vrednosti x_i vhodnih veličin X_i na osnovi statistične analize serije opazovanj ali z drugimi sredstvi oz. metodami.
Oceno merilne veličine Y, označeno z y, dobimo iz enačbe (1) kot funkcijo ocenjenih vrednosti vhodnih veličin x_1, x_2,..., x_N.

Tako je izhodna ocena y, ki je rezultat meritve, podana z [1, 2]:

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_i, ..., x_N) \tag{2}$$

Pri tem velja, da so upoštevane vrednosti vhodnih veličin najboljše ocene, ki so bile korigirane za vse komponente modela.

V nekaterih primerih je mogoče oceno y pridobiti iz [1, 2]:

$$y = \bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} Y_k = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f(X_{1,k}, X_{2,k}, \dots, X_{N,k}) \tag{3}$$

Kar pomeni, da je y vzet kot aritmetična sredina ali povprečje (enačba 5) n neodvisnih določitev Y_k od Y, pri čemer ima vsaka določitev enako negotovost in vsaka izmed njih temelji na celotnem nizu opazovanih vrednosti N vhodnih veličin X_i, ki so bile pridobljene istočasno.

Ta način povprečenja, raje kot $y = f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_N,)$, izrazimo kot [1]:

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_{i,k} \tag{4}$$

Aritmetična sredina posameznih opazovanj X_i je lahko boljša, če je f nelinearna funkcija vhodnih veličin X_1, X_2, … X_N, medtem ko sta v primeru, če je f linearna funkcija od X_i, oba pristopa enaka.

2.2.3 Ovrednotenje standardnih negotovosti $u(x_i)$

Standardna merilna negotovost, povezana z izhodno oceno ali merilnim rezultatom y, je standardni odklon merjene veličine Y. Določi se iz ocen x_i vhodnih veličin X_i in z njimi povezanih standardnih negotovosti $u(x_i)$ [2]. Ovrednotiti je potrebno standardne negotovosti $u(x_i)$ vseh ocen vhodnih veličin x_i.
Merilno negotovost, povezano z vhodnimi ocenami, lahko, kot je bilo omenjeno že v prejšnjem poglavju, ovrednotimo v skladu z metodo vrednotenja tipa A ali tipa B.

2.2.3.1 Vrednotenje standardne negotovosti tipa A

Metoda vrednotenja standardne negotovosti tipa A se lahko uporabi za primere, ko je opravljenih več neodvisnih opazovanj oz. meritev za eno od vhodnih veličin pod enakimi merilnimi pogoji.
Predpostavimo, da je večkrat izmerjena vhodna veličina X_i veličina Q. Pri n statistično neodvisnih opazovanjih ($n > 1$) je ocena veličine Q aritmetična sredina $\bar{q}$ oz. povprečje posameznih opazovanj vrednosti q_k ($k = 1, 2, 3,\ldots n$) [1, 2]

$$\bar{q} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} q_k \tag{5}$$

Merilna negotovost, povezana z oceno $\bar{q}$, se ovrednoti po eni od naslednjih metod [2]:

a) Ocena variance normalne porazdelitve verjetnosti je eksperimentalna varianca $s^2(q)$ vrednosti q_j, ki je podana z:

$$s^2(q) = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(q_j - \bar{q})^2 \tag{6}$$

Njen (pozitiven) kvadratni koren se imenuje eksperimentalni standardi odklon.
Najboljša ocena variance povprečja je tako podana z:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q)}{n} \tag{7}$$

Njen (pozitiven) kvadratni koren se imenuje eksperimentalni standardi odklon povprečja.
Standardna negotovost $u(\bar{q})$, povezana z vhodno oceno q, je eksperimentalni standardni odklon povprečja.

$$u(\bar{q}) = s(\bar{q}) \tag{8}$$

Opomba: V primeru, da je število n ponovljenih meritev majhno (n < 10) je potrebno upoštevati zanesljivost vrednotenja standardne negotovosti tipa A, izražene z enačbo 8. V kolikor števila opazovanj ni mogoče povečati, je potrebno razmisliti o drugih načinih vrednotenja standardne negotovosti.

b) Za dobro karakterizirane meritve pod statističnim nadzorom je na voljo kombinirana ali združena ocena variance s_p^2, ki bolje označuje disperzijo kot ocenjeni standardni odklon, dobljen iz omejenega števila opazovanj. V primeru, da je vrednost vhodne veličine Q določena kot aritmetična sredina $\bar{q}$ majhnega števila n neodvisnih opazovanj, se lahko varianca sredine oceni z:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s_p^2}{n} \quad (9)$$

Standardna negotovost se izpelje s pomočjo enačbe 8.

V vseh zgornjih enačbah predstavlja n število opazovanj oz. meritev, iz katerih smo dobili oceno x_i za veličino X_i.

2.2.3.2 *Vrednotenje standardne negotovosti tipa B*

V primeru, ko ocene x_i ne dobimo s pomočjo serije meritev (tip B ovrednotenja merilne negotovosti), ovrednotimo standardno negotovost na osnovi znanstvene presoje, ki temelji na razpoložljivih informacijah o možni variabilnosti X_i.

Baze razpoložljivih informacij so lahko naslednje:

- merilni rezultati iz preteklosti,
- izkušnje ali splošno znanje o obnašanju in lastnostih relevantnih materialov in instrumentov,
- specifikacije proizvajalca,
- podatki iz kalibracijskih in ostalih poročil in certifikatov,
- negotovosti k referenčnim podatkom iz priročnikov.

Podrobnejše informacije in napotke o tipu B ovrednotenja merilne negotovosti najdemo v [1].

2.2.4 Ovrednotenje kovarianc

Če obstaja korelacija med dvema vhodnima veličinama (veličini med seboj nista neodvisni), moramo v skupni standardni negotovosti $u_c(y)$ upoštevati tudi člene, ki zajemajo kovariance ocen vhodnih veličin.
Če sta vhodni veličini X_i in X_j med seboj odvisni, izrazimo korelacijo z enačbo:

$$s\left(X_{i,k}, X_{j,k}\right) = \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(X_{i,k} - \bar{X}_i)(X_{j,k} - \bar{X}_j) \quad (10)$$

2.2.5 Izračun rezultata meritve

V tem koraku izračunamo oceno y merilne veličine Y iz funkcijske zveze f, v katero vstavimo ocene vhodnih veličin (enačba (2)).

2.2.6 Izračun skupne standardne negotovosti $u_c(y)$

Skupna standardna negotovost $u_c(y)$ je pozitivni kvadratni koren iz skupne variance $u_c^2(y)$, ki jo izračunamo iz varianc posameznih ocen vhodnih veličin. Če so vse vhodne veličine med seboj neodvisne uporabimo enačbo [1]:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) \tag{11}$$

Kjer so:

f - funkcija, podana v enačbi 1

$u(x_i)$ - ovrednotene standardne negotovosti (pridobljene po metodi vrednotenja tipa A ali tipa B)

$u_c(y)$ - skupna standardna negotovost (oz. ocenjeni standardni odklon), ki karakterizira razpršenost vrednosti, ki bi jih lahko razumno pripisali merjeni veličini Y.

Če sta vhodni veličini X_i in X_j med seboj odvisni oz. sta v korelaciji, moramo v enačbi (11) upoštevati še njuno kovarianco. Enačba (11) dobi obliko:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N} \frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \tag{12}$$

Podrobnejši opis in opombe k izračunu skupne standardne negotovosti so v [1].

2.2.7 Izračun razširjene negotovosti meritve

Če je potrebno podati razširjeno merilno negotovost z namenom podajanja intervala y-U do y+U, v katerem pričakujemo velik delež porazdelitve vrednosti, ki bi jih lahko smiselno predpisali merjeni veličini, pomnožimo skupno standardno negotovost $u_c(y)$ s faktorjem k, ki je običajno v območju od 2 do 3.

$$U = k\, u_c(y) \tag{13}$$

Faktor k izberemo v odvisnosti od zahtevanega nivoja zaupanja [1]. V primeru, ko je merjeni veličini mogoče pripisati normalno (Gaussovo) porazdelitev in je standardna negotovost dovolj zanesljiva, uporabimo faktor pokritja k = 2. Tako pripisana razširjena negotovost ustreza približno 95 % verjetnosti pokritja in jo uporabljamo v večini primerov, ki se pojavljajo pri kalibracijskem delu. Razširjena negotovost, izračunana s faktorjem pokritja 3 pa ustreza približno 99 % stopnji zaupanja rezultata. Za ostale primere, tj. vse primere, kjer normalne porazdelitve ni mogoče zagotoviti, je potrebno uporabiti metodo Monte Carlo iz dodatka 1 h GUM.

2.2.8 Poročilo o negotovosti meritve

K rezultatu meritve moramo vedno pripisati njegovo standardno negotovost $u_c(y)$ ali razširjeno negotovost U [1].

3 LITERATURA

[1] Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement JCGM 100:2008 (GUM 1995 with minor corrections)

[2] EA-4/02 M:2022 - Evaluation of the Uncertainty of Measurement in calibration